



بخش آموزش رسانه تفریحی سنتر

**کلیک کنید**  [www.tafrihicenter.ir/edu](http://www.tafrihicenter.ir/edu)

 نمونه سوال  گام به گام

 امتحان نهایی  جزوه

 دانلود آزمون های آزمایشی

متوسطه اول : هفتم ... هشتم ... نهم

متوسطه دوم : دهم ... یازدهم ... دوازدهم

[www.tafrihicenter.ir](http://www.tafrihicenter.ir)

## فصل ششم : شمارش بدون شمردن

- درس اول :شمارش
- درس دوم :جایگشت
- درس سوم :ترکیب و تبدیل

## درس اول و دوم: اصل شمارش و جایگشت

- **اصل جمع:** اگر عمل  $A$  را بتوان به  $m$  روش و عمل  $B$  را به  $n$  روش انجام داد، آنگاه  $A$  یا  $B$  به  $m + n$  روش انجام می شود. دقت کن وقتی از عمل جمع استفاده می کنی که اگر یک عمل انجام شود عمل دیگری قابل انجام نباشد. مثلا پدرت بهت گفته چون نمره ریاضیت خوب شده فردا با هم بریم پارک یا سینما. منظورش اینست که یا پارک را انتخاب کن یا سینما را چون وقت نداریم جفتش را ببریم. تو شهرتون ۴ تا سینما و ۱۰ تا پارک داریم که می تونی بری اونجا. پس طبق اصل جمع شما به ۱۴ حالت می تونی انتخاب خودت را داشته باشی. (مثال) شخصی می خواهد از یک شهر به شهر دیگری سفر کند جهت انجام سفر ۳ مسیر زمینی و ۴ مسیر هوایی و ۲ مسیر دریایی وجود دارد این شخص به چند طریق می تواند سفر خود را انجام دهد؟

1. 24
2. 9
3.  $2^9$
4.  $2^{24}$

- **اصل ضرب:** اگر عمل  $A$  را بتوان به  $m$  روش و عمل  $B$  را به  $n$  روش انجام داد، آنگاه  $A$  و  $B$  به  $m \times n$  روش انجام می شود. دقت کن وقتی از اصل ضرب استفاده می کنی که بروزر هر عمل مانع انجام اون یکی نشه و اعمال یکی پس از دیگری رخ بده (مثال) از شهر اول به شهر دوم ۴ راه و از شهر دوم به شهر سوم ۳ راه وجود دارد. یک مسافر به چند طریق می تواند از شهر اول به شهر سوم و از طریق شهر دوم سفر کند؟

1. 12
2. 7
3.  $2^{12}$
4.  $2^7$

دقت کن که حل تمرینات این فصل از ترکیب دو اصل قبل انجام میشوند.

جایگشت: به هر روش کنار هم قرار گرفتن  $n$  شی متمایز جایگشت گوئیم. تعداد کل جایگشت های  $n$  شی برابر است با :

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

$$\diamond n! = n \times (n - 1)(n - 2) \times \dots \times 1$$

## تمرین

(۱) معادله  $(2x - x^2)! = 1$  چند جواب طبیعی دارد؟

(۲) با حروف (الف، ب، پ، ت، ر، و) چند کلمه سه حرفی بدون تکرار حروف می توان نوشت که فقط حرف وسط آن نقطه دار باشند؟

(۳) با ارقام 0,1,2,3,4,5 چند عدد چهار رقمی مضرب ۵ می توان نوشت به طوری که

الف) تکرار مجاز باشد

ب) تکرار مجاز نباشد.

(۴) ارقام 1,2,3,4,5 را به طریقی کنار هم قرار داده ایم که همواره رقم های فرد کنار هم باشند تعداد پنج رقمی های حاصل را بیابید.

۵) اگر  $n$  یک عدد طبیعی باشد حاصل  $A = (n-1)((n-1)! + (n-2)!)$  را بیابید .

۶) حروف کلمه  $LAGRANGE$  را با جایگشت‌های مختلف کنار هم قرار می دهیم در چند حالت حروف یکسان کنار هم قرار می گیرند ؟

۷) با حروف کلمه DADRAS چند کلمه شش حرفی می توان ساخت به طوریکه حروف یکسان کنار هم باشند ؟

۸) با اعداد ۲ و ۵ و ۹ چند عدد سه رقمی می توان ساخت به شرطی که هر یک از آنها رقمی تکراری داشته باشند ؟

۹) یک قفل رمزی دارای یک رمز ۳ رقمی با ارقام  $\{1,2,3 \dots, 9\}$  است . اگر رمز این قفل را ندانیم و امتحان کردن هر رمز دو دقیقه طول بکشد حداکثر چقدر طول می کشد تا قفل باز شود ؟

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۱۰) با ارقام 0,2,3,5 چند عدد چهار رقمی بدون تکرار ارقام و بخش پذیر بر ۵ می توان نوشت ؟

۱۱) چند جایگشت با حروف کلمه TRIANGLE وجود دارد که با حروف بیصدا شروع می شود ؟

۱۲) با ارقام صفر تا نه چند عدد زوج سه رقمی بدون تکرار می توان نوشت ؟

۱۳) در پرتاب ۳ تاس سفید و ۱ تاس قرمز ب چند طریق ممکن است تاس های سفید زوج و تاس قرمز مضرب ۳ باشد ؟

۱. ۱۱
۲. ۱۸
۳. ۲۷
۴. ۵۴

۱۴) تعداد کلمات ۴ حرفی که می توان با حروف با واژه HISTORY ساخت به طوریکه از حرف بیصدا شروع شده و به حرف بی صدا ختم شوند کدام است ؟

۱. ۶۲۵
۲. ۴۰۰
۳. ۱۲۰
۴. ۳۲۰

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۱۵) با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ چند عدد چهار رقمی زوج بدون تکرار ارقام می توان ساخت ؟

۱. ۱۶۰
۲. ۲۸۰
۳. ۳۶۰
۴. ۴۲۰

۱۶) با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ چند عدد چهار رقمی کوچک تر از ۵۰۰۰ بدون تکرار می توان ساخت ؟

۱. ۴۸۰
۲. ۶۲۰
۳. ۵۴۰
۴. ۳۶۰

۱۷) با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ چند عدد چهار رقمی زوج و کوچک تر از ۵۰۰۰ بدون تکرار ارقام می توان ساخت ؟

۱. ۱۲۰
۲. ۱۶۰
۳. ۲۸۰
۴. ۳۲۰

۱۸) با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ چند عدد چهار رقمی کوچک تر از ۵۳۰۰ بدون تکرار می توان ساخت ؟

۱. ۵۴۰
۲. ۴۸۰
۳. ۴۶۰
۴. ۵۸۰

۱۹) با استفاده از سه رنگ مختلف به چند طریق می توان یک ساختمان ۵ طبقه را زنگ زد به طوریکه هر طبقه یک رنگ و رنگ طبقات مجاور متمایز باشد ؟

۱. ۳۲
۲. ۴۸
۳. ۷۲
۴. ۲۴۰

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

## درس سوم: ترکیب و تبدیل

### ترکیب

انتخاب  $k$  شی از بین  $n$  شی متمایز که ترتیب انتخاب مهم نیست .

- $C(n, k) = C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

(a) انتخاب  $k$  شی از بین  $n$  شی به طوری که شی خاصی در انتخاب باشد:

- $\binom{n-1}{k-1}$

(b) انتخاب  $k$  شی از بین  $n$  شی به طوری که شی خاصی در انتخاب نباشد:

- $\binom{n-1}{k}$

👉 از این نکات استفاده کن :

- $\binom{n}{0} = 1$

- $\binom{n}{1} = n$

- $\binom{n}{n} = 1$

- $\binom{n}{n-1} = n$

1.

### تبدیل

تبدیل: انتخاب  $k$  شی از بین  $n$  شی متمایز که ترتیب انتخاب مهم است

- $P(n, k) = P_n^k = (n)_k = \frac{n!}{(n-k)!}$

## تمرین

(۱) یک سکه را آن قدر پرتاب می کنیم تا برای چهارمین بار پشت بیاید در چند حالت ممکن است در پرتاب نهم به این هدف برسیم ؟

(۳) به چند طریق می توان ۳ تا از حروف کلمه DELAVARAN را انتخاب کرد ؟

(۴) اگر  $\frac{1}{4}$  زیر مجموعه های سه عضوی مجموعه  $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  شامل عدد ۵ باشند مقدار  $n$  را بیابید.

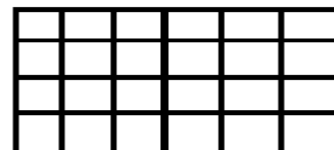
(۵) به چند طریق می توان ۳ کتاب از ۵ کتاب سال اول و ۴ کتاب از ۶ کتاب سال دوم را یک در میان در قفسه ای چید ؟

(۶) در چند عدد چهار رقمی با ارقام متمایز رقم های هزارگان و صدگان اعداد فرد هستند ؟

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

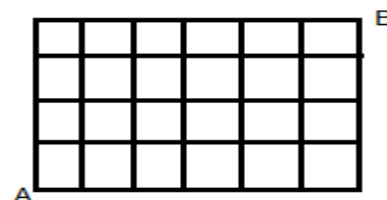
۷) می‌خواهیم به ۵ نفر هر کدام یک جایزه بدهیم. به چند صورت این کار امکان پذیر است به طوریکه فرد A قبل از B جایزه بگیرد؟

۸) در جدول شطرنجی مقابل چند مستطیل می‌توان یافت؟



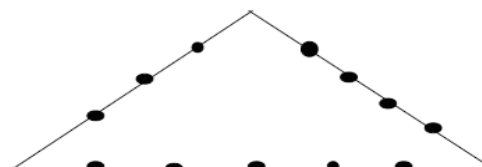
1. ۲۱۰
2. ۳۰۰
3. ۱۵۰
4. ۲۰۰

۹) در شبکه مقابل به چند طریق می‌توان از نقطه A به نقطه B رفت مشروط بر آنکه فقط حرکت به سمت راست و بالا مجاز باشد



1. ۸۰
2. ۱۰۵
3. ۱۶۰
4. ۲۱۰

۱۰) دوازده نقطه روی اضلاع مثلثی مطابق شکل زیر قرار دارد با این ۱۲ نقطه چند مثلث می‌توان ساخت به طوری که این نقاط رئوس مثلث‌ها باشند؟



1. ۱۱۰
2. ۱۴۵
3. ۲۰۵
4. ۲۲۰

۱۱) در چند عدد هشت رقمی با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ دقیقاً سه رقم ۲ و دو رقم ۴ وجود دارد؟

1.  $\binom{8}{3} \times \binom{5}{2} \times 8!$
2.  $\binom{8}{3} \times \binom{5}{2} \times 2!$
3.  $\binom{8}{3} \times \binom{5}{2} \times 2^3$
4.  $\binom{8}{3} \times \binom{5}{2}$

شما می‌توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۱۲) از هر یک از ۶ منطقه کشوری ۱۵ دانش آموز به یک اردوگاه فرهنگی دعوت شده اند . به چند طریق می توان ۳ دانش آموز از بین آنها که دوبدو غیر هم منطقه ای هستند انتخاب کرد ؟

2. ۵۷۶۰۰
3. ۶۷۵۰۰
4. ۷۵۶۰۰
5. ۷۶۵۰۰

۱۳) شخصی می خواهد از میان ۱۱ دوست خود ۵ نفر را برای صرف شام دعوت کند اگر دو نفر از آنها با یکدیگر قهر باشند و نخواهند با هم در میهمانی حاضر شوند دعوت آن ها به چند طریق امکان پذیر است ؟

1. ۱۲۶
2. ۲۵۲
3. ۳۷۸

۱۴) شخصی می خواهد از میان ۱۱ دوست خود ۵ نفر را برای صرف شام دعوت کند اگر دو نفر از آنها با یکدیگر دوست باشند و بخواهند با هم در میهمانی حاضر شوند دعوت آن ها به چند طریق امکان پذیر است ؟

1. ۲۱۰
2. ۸۴
3. ۱۲۰
4. ۱۸۴

۱۵) از میان ۶ جفت کفش به چند طریق می توان ۴ لنگه انتخاب کرد به طوریکه هیچ جفتی در میان آنها نباشد ؟

1. ۱۲۰
2. ۲۴۰
3. ۶۰
4. ۳۰

۱۶) از میان ۶ جفت کفش به چند طریق می توان ۴ لنگه انتخاب کرد به طوریکه فقط یک جفت میان آنها باشد ؟

1. ۱۲۰
2. ۲۴۰
3. ۶۰
4. ۳۰

۱۷) از میان ۶ جفت کفش به چند طریق می توان ۴ لنگه انتخاب کرد به طوریکه دقیقاً دو جفت میان آنها باشد؟

۱. ۱۵
۲. ۳۰
۳. ۶۰
۴. ۱۲۰

۱۸) از میان ۶ جفت کفش که درون کیسه ای ریخته شده به چند طریق می توان ۴ لنگه کفش را انتخاب نمود به طوری که حداقل یک جفت در میان آن ها باشد؟

۱. ۶۰
۲. ۱۲۰
۳. ۲۴۰
۴. ۲۵۵

۱۹) به چند طریق می توان از میان ۸ کتاب علمی ۳ کتاب را برگزید و در یک ردیف کتابخانه جای داد؟

۱. ۵۶
۲. ۲۱۰
۳. ۳۳۶
۴. ۵۰۴

۲۰) آسانسور یک ساختمان ۸ طبقه از طبقه همکف با ۶ نفر شروع به حرکت می کنند این ۶ نفر به چند طریق می توانند از آسانسور خارج شوند در صورتی که در هر طبقه حداکثر یک نفر پیاده شود؟

۱. ۳۵
۲. ۱۶۵
۳. ۳۴۰
۴. ۸۴۰

۲۱) به چند طریق می توان از میان ۴ نفر دانش آموز تجربی و ۶ دانش آموز ریاضی ۵ نفر را انتخاب نمود و در یک صف قرار داد به طوریکه حداقل ۳ دانش آموز تجربی باشند؟

۱.  $66 \times 5!$
۲.  $60 \times 50!$
۳.  $36 \times 5!$
۴.  $30 \times 5!$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۲۲) به چند طریق می توان ۵ کتاب ریاضی متفاوت و ۶ کتاب فیزیک متمایز را در یک ردیف کتابخانه جای داد به طوریکه کتب ریاضی و کتب فیزیک یک در میان باشند ؟

1.  $11!$
2.  $5!7!$
3.  $5!6!$
4.  $2!5!6!$

۲۳) به چند طریق از میان ۵ کتاب ریاضی متفاوت و ۶ کتاب فیزیک متمایز ۳ کتاب ریاضی و ۲ کتاب فیزیک را انتخاب نمود و در یک ردیف کتابخانه جای داد ؟

1.  $5!$
2.  $30 \times 5!$
3.  $90 \times 5!$
4.  $150 \times 5!$

۲۴) به چند طریق از میان ۵ کتاب ریاضی متفاوت و ۶ کتاب فیزیک متمایز ۳ کتاب ریاضی و ۳ کتاب فیزیک را انتخاب نمود و به طور یک در میان در یک ردیف کتابخانه جای داد ؟

1.  $\binom{6}{3}\binom{5}{3}3!3!$
2.  $\binom{6}{3}\binom{5}{3}2!3!3!$
3.  $\binom{6}{3}\binom{5}{3}6!$
4.  $\binom{6}{3}\binom{5}{3}2!6!$

۲۵) به چند طریق از میان ۵ کتاب ریاضی متفاوت و ۶ کتاب فیزیک متمایز ۳ کتاب ریاضی و ۳ کتاب فیزیک را انتخاب نمود و در یک ردیف جای داد به طوریکه کتب هر مبحث کنار هم باشند ؟

1.  $\binom{6}{3}\binom{5}{3}3!3!$
2.  $\binom{6}{3}\binom{5}{3}2!3!3!$
3.  $\binom{6}{3}\binom{5}{3}6!$
4.  $\binom{6}{3}\binom{5}{3}2!6!$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۲۶) در یک همایش ۵ نفر برای سخنرانی ثبت نام کرده اند. به چند طریق ترتیب سخنرانی برای آنها وجود دارد به طوریکه بین سخنرانی دو نفر مورد نظر فقط یک نفر سخنرانی کند ؟

1. ۲۰
2. ۲۴
3. ۳۶
4. ۴۰

۲۷) با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ چند عدد ۹ رقمی می توان نوشت که در آن هیچ دو عدد زوجی متوالی نباشند ؟

1.  $\binom{6}{4} 4! 5!$
2.  $\binom{6}{4} 9!$
3.  $4! 5!$
4.  $\binom{9}{5} 4! 5!$

۲۸) با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ چند عدد ۹ رقمی زوج می توان نوشت که در آن هیچ دو عدد زوجی متوالی نباشند ؟

1.  $\binom{6}{4} 5 \times 4$
2.  $\binom{6}{4} 5! \times 4!$
3.  $\binom{5}{3} 5 \times 4$
4.  $\binom{5}{3} 4! 5!$

۲۹) در یک آپارتمان که ۱۰ خانوار زندگی می کنند قرار است یک شورای چهار نفره متشکل از اعضای آن تشکیل شود. از هر خانواده تنها زن یا شوهر می تواند عضو شورا بشود. به چند طریق ممکن است شورای چهار نفره تشکیل شود ؟

1.  $\binom{10}{4} 2^4$
2.  $\binom{10}{4} 4!$
3.  $\binom{20}{4} 4!$
4.  $\binom{20}{4} 2^4$

۳۰) اگر  $P(n, 2) - C(n, 2) = 36$  باشد، حاصل  $P(n, 3)$  کدام است ؟

1. ۲۱۰
2. ۳۳۶
3. ۵۰۴
4. ۷۲۰
- 1.

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۳۱) با ارقام ۱ و ۳ و ۵ و ۷ و ۹ چند عدد سه رقمی با شرط رقم صدگان < رقم دهگان < رقم یکان می توان نوشت؟ (سراسری ۹۱)

1. ۸
2. ۹
3. ۱۰
4. ۱۲

